ÉCOLE NATIONALE DES INGÉNIEURS DES TRAVAUX RURAUX
ET DES TECHNIQUES SANITAIRES

1977

PREMIÈRE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 3 heures

Option Biologie-Mathématiques

L'espace affine euclidien de dimension 2 est rapporté à un repère orthonormé dont les vecteurs unitaires sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

I

e désignant la base des logarithmes népériens, construire la courbe (C) d'équations paramétriques

$$x = \frac{10\ e^t}{t+2} \qquad y = \frac{10\ t\ e^t}{t+2}$$

On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1$ cm et on utilisera pour la construction de (C) l'extrait de table ci-dessous :

e	e^{-1}	e^{-2}
2,7183	0,3679	0,1353

On considère l'équation différentielle

$$(1) \qquad \left(2 + 10\,\frac{y}{x^2}\,e^{\frac{y}{x}}\right)dx + \left(1 - \frac{10}{x}\,e^{\frac{y}{x}}\right)dy = 0$$

Montrer que le premier membre de cette équation est la différentielle d'une infinité de fonctions de x et de y que l'on déterminera. On désigne par U (x, y) celle de ces fonctions qui est nulle pour $x = 5$, $y = 0$. Les solutions de (1) sont de la forme (2) U $(x, y) = K$, K désignant une constante. L'équation (2) est l'équation d'une famille de courbes (C_K). Trouver une représentation paramétrique de ces courbes en posant $y = t\,x$.

Constater que la courbe (C) étudiée ci-dessus est une courbe (C_K).

Discuter graphiquement les signes des dérivées $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, des coordonnées d'un point de (C_K) en construisant :

1° La courbe $z = 10\,(t+1)\,e^t$ et la droite $z = K$.

2° La courbe $u = 10\,(t^2 + 2t + 2)\,e^t$ et la droite $u = -2K$.

III

Construire la courbe (C_K) pour $K = -10\,e^{-2}$. Dans tout ce qui suit on suppose $K \neq -10\,e^{-2}$.

IV

Déterminer l'équation de l'asymptote d'une courbe (C_K). Indiquer l'allure des courbes (C_K) pour $K = 1$, $K = -1$, $K = -2$.

On admettra que si $K = -1$, $\frac{dx}{dt}$ s'annule pour deux valeurs α et β de t telles que : $\alpha \in]-3, -2[$ et $\beta \in]-2, -1[$ et que $\frac{dy}{dt}$ s'annule pour une valeur γ de t telle que : $\gamma \in]-4, -3[$.

FIN

×1173×

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail